Bizonytalanságban hozott döntési kritériumok tulajdonságai (axiómák)

Irodalom

French, S. (1986). *Decision Theory: an Introduction to the Mathematics of Rationality.* Ellis Horwood Ltd.: Chichester.

Jelölések, elnevezések

A döntési szabály előre nem specifikált és feltesszük, hogy létezik egy "index", ami minden D_i választási lehetőséghez hozzárendel egy V_i számot. A döntési kifizetési táblázat m × n -es.

```
payoff = {
    {K11, K12, K13, "...", "K1 n"},
    {K21, K22, K23, "...", K2 n},
    {K31, K32, K33, "...", K3 n},
    {K41, K42, K43, "...", K4 n},
    {"...", "...", "...", "...", "..."},
    {Km1, Km2, Km3, "...", Kmn}};

TableForm[payoff, TableHeadings ->
  {{"D1", "D2", "D3", "D4", "...", "Dm", ""}, {"S1", "S2", "S3", "...", "Sn"}},
 TableSpacing -> {2, 2}, TableAlignments → Right]
```

	S1	S2	S3	...	Sn
D1	K_{11}	K_{12}	K_{13}	...	$K_{1\,n}$
D2	K_{21}	K_{22}	K_{23}	...	$K_{2\,n}$
D3	K_{31}	K_{32}	K_{33}	...	$K_{3\,n}$
D4	K_{41}	K_{42}	K_{43}	...	$K_{4\,n}$
...	...	...	...	...	...
Dm	K_{m1}	K_{m2}	K_{m3}	...	K_{mn}

$\text{Kmax}_i = \underset{j=1}{\overset{n}{\text{Max}}}[K_{ij}]$

$\text{Kmin}_i = \underset{j=1}{\overset{n}{\text{Min}}}[K_{ij}]$

Maximin (Wald) $V_i = \text{Kmin}_i$

Optimizmus-pesszimizmus (Hurwitz) $V_i = \alpha\ \text{Kmin}_i + (1\text{-}\alpha)\ \text{Kmax}_i$

Minimax megbánás (Savage) $V_i = -\underset{j=1}{\overset{n}{\text{Max}}}[\underset{i=1}{\overset{m}{\text{Max}}}[K_{ij}] - K_{ij}]$

Nem elégséges ok (Laplace) $V_i = \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{n} K_{ij}$

1. Teljes rendezés

tranzitív és minden elempár összehasonlítható

$V_i > V_j \iff D_i$ jobb választás D_j -nél

2. Az elnevezésektől való függetlenség

Tegyük fel, hogy D_2 jobb D_1 -nél, azaz $V_2 > V_1$ és legyen például:

	S_1	S_2
D_1	11	1
D_2	8	4

akkor

	S_1'	S_2'	
D_1'	8	4	esetén D_1' jobb D_2' -nél (azaz $V_1 > V_2$)
D_2'	11	1	

és

	S_1''	S_2''	
D_1''	1	11	esetén D_2'' jobb D_1'' -nél (azaz $V_2 > V_1$)
D_2''	4	8	

Ha a kifizetési mátrix m × n -es és π a sorok, míg τ az oszlopok egy-egy permutációja és

$K'_{\pi(i)\,\tau(j)} = K_{ij}$, akkor

$V_l > V_k \iff V'_{\pi(l)} > V'_{\pi(k)} \qquad l, k \in \{1, 2, ..., m\}$

3. Lineáris transzformációtól való függetlenség

$K'_{ij} = a\, K_{ij} + b$ (a>0 és b rögzített)

$\implies V_l > V_k \Leftrightarrow V'_l > V'_k \qquad l, k \in \{1, 2, ..., m\}$

4. Dominancia (erős)

D_i és D_j két olyan választási alternatíva úgy, hogy $K_{ik} > K_{jk}$ $\quad k \in \{1, 2, ..., n\}$

$\implies V_i > V_j$

5. Irreleváns alternatívától való függetlenség

K egy m×n -es, K' egy (m+1)×n -es kifizetési mátrix,

$K'_{ij} = K_{ij}$ $\quad i \in \{1, 2, ..., m\},\ j \in \{1, 2, ..., n\}$,

$K'_{m+1\,j}$ $\quad$ tetszőleges $\quad j \in \{1, 2, ..., n\}$

$$\Longrightarrow V_l > V_k \quad \Leftrightarrow \quad V'_l > V'_k \qquad l, k \in \{1, 2, ..., m\}$$

6. Konstansnak oszlophoz való hozzáadásától való függetlenség

$K'_{ih} = K_{ih} + c$ $\quad i \in \{1, 2, ..., m\}$,

$K'_{ij} = K_{ij}$ $\quad j \neq h,\ \ j \in \{1, 2, ..., n\},\ i \in \{1, 2, ..., m\}$

$$\Longrightarrow V_l > V_k \quad \Leftrightarrow \quad V'_l > V'_k \qquad l, k \in \{1, 2, ..., m\}$$

példa:

	S_1	S_2	S_3
D_1	5	3	7
D_2	4	7	6

	S'_1	S'_2	S'_3
D'_1	5+10	3	7
D'_2	4+10	7	6

$$\Longrightarrow V_1 > V_2 \quad \Leftrightarrow \quad V'_1 > V'_2$$

7. Sorok permutációjától való függetlenség

D_l és D_k két olyan választási alternatíva és π egy permutációja az $\{1, 2, ..., n\}$ számoknak úgy, hogy

$$K_{lj} = K_{k\pi(j)}\ j \in \{1, 2, ..., n\} \quad \Longrightarrow \quad V_l = V_k$$

példa:

	S_1	S_2	S_3	S_4
D_1	11	1	4	7
D_2	7	4	11	1

$$\Longrightarrow V_1 = V_2$$

8. Oszlopok duplikálásától való függetlenség

K egy m×n -es, K' egy m×(n+1) -es kifizetési mátrix,

$K'_{ij} = K_{ij}$ $\quad i \in \{1, 2, ..., m\},\ j \in \{1, 2, ..., n\}$,

$K'_{i(n+1)} = K_{in} \qquad i \in \{1, 2, \ldots, m\}$

$\Longrightarrow \quad V_l > V_k \quad \Leftrightarrow \quad V'_l > V'_k \qquad l, k \in \{1, 2, \ldots, m\}$

példa:

	S_1	S_2
D_1	5	3
D_2	4	7

	S'_1	S'_2	S'_3
D'_1	5	3	3
D'_2	4	7	7

$\Longrightarrow \quad V_1 > V_2 \quad \Leftrightarrow \quad V'_1 > V'_2$

következmény:

i. Az utolsó oszlopot akányhányszor duplikálva a választási indexek egymáshoz viszonyított sorrendje nem változik.

példa:

	S_1	S_2
D_1	5	3
D_2	4	7

	S'_1	S'_2	S'_3	S'_4
D'_1	5	3	3	3
D'_2	4	7	7	7

$\Longrightarrow \quad V_1 > V_2 \quad \Leftrightarrow \quad V'_1 > V'_2$

ii. Hozzávéve a 2. tulajdonságot (elnevezésektől való függetlenség), akkor bármely oszlop duplikálása nem változtatja meg a választási index sorrendiségét.

példa:

	S_1	S_2	S_3
D_1	5	3	2
D_2	4	7	3

	S'_1	S'_2	S'_3	S'_4
D'_1	5	3	2	5
D'_2	4	7	3	4

$\Longrightarrow \quad V_1 > V_2 \quad \Leftrightarrow \quad V'_1 > V'_2$

A tulajdonságok összefoglaló táblázata

	tulajdonságok	Wald	Hurwicz	Savage	Laplace
1.	teljes rendezés	igaz	igaz	igaz	igaz
2.	elnevezés fgtl.	igaz	igaz	igaz	igaz
3.	lineáris tr. fgtl.	igaz	igaz	igaz	igaz
4.	dominancia	igaz	igaz	igaz	igaz
5.	irreleváns fgtl.	igaz	igaz	hamis	igaz
6.	konstans+ fgtl.	hamis	hamis	igaz	igaz
7.	sorok perm. fgtl.	igaz	igaz	hamis	igaz

8.	oszlop dupl. fgtl.	igaz	igaz	igaz	hamis