

Matematikai alapok és valószínűségszámítás

Elemi kombinatorika

A kombinatorika jelentősége a pszichológiában

Az elemi kombinatorikai ismeretek segítséget nyújtanak a kísérleti tervezés során, hogy átlássuk a különböző lehetséges kísérleti elrendezések számát, egyes kimenetek elvi előfordulási valószínűségét.

A nemparametrikus eljárások egy része kombinatorikai összefüggéseken alapul (pl. binomiális próba, Fisher-próba).

Permutáció

n különböző elem lehetséges sorrendjeinek a száma $n!$.

$$n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n$$

$$0! = 1$$

Ha 16 különböző arckép megítélését kérjük a vizsgálati személyektől (Mennyire szimpatikus a személy?), $16!$ különböző sorrendben mutathatjuk őket.

Ismétléses permutáció

n különböző elem lehetséges sorrendjeinek a száma, ha n_1, n_2

azonos van közöttük $\frac{n!}{n_1!n_2!}$

Ha azt szeretnénk, hogy egy memóriát vizsgáló feladatban a megtanulandó listában 5 állat, 3 szín és 7 használati tárgy neve szerepeljen, a lehetséges különböző elrendezések száma:

$$\frac{15!}{5!3!7!}$$

Ismétléses variáció

Ha n különböző elem közül k -szor választunk egymás után (az elemeket visszatesszük, és a sorrend számít), a lehetséges variációk száma: $V_k^{n,(ism)} = n^k$

$$\text{Ahol pl. } V_4^{5,(ism)} = 5^4 = 625$$

Ha a 8 fős csoportból meg kell neveznünk azt a három társunkat, akit szeretnénk, ha egy atlétika versenyen, egy matematika versenyen, illetve egy stand-up comedyn képviselné csoportunkat, a lehetséges válaszok variációinak száma: $V_3^{8,ism} = 8^3 = 512$

Ismétléses variáció

Két dobókockával
dobunk egymás
után, a
lehetséges
kimenetek:

1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6
2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6
3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6
4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,6
5,1	5,2	5,3	5,4	5,5	5,6
6,1	6,2	6,3	6,4	6,5	6,6

A lehetséges kimenetek
száma:

$$V_2^{6,ism} = 6^2 = 36$$

Ismétlés nélküli variáció

Ha n különböző elem közül k -t választunk és ezek lehetséges sorrendjeit képezzük (az elemeket nem tesszük vissza, és a sorrend számít), a lehetséges variációk száma:

$$V_k^n = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Ahol pl. $V_4^5 = \frac{5!}{(5-4)!} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{1} = 120$

Ha a 8 fős csoportból meg kell neveznünk azt a három társunkat, akiket vezetőknek jelölnénk, és meghatározni, hogy kit választanánk csapatkapitánynak, kit a helyettesének és melyikük lenne a titkár, a lehetséges válaszok variációinak száma :

$$V_3^8 = \frac{8!}{(8-3)!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 336$$

Ismétlés nélküli variáció

Ha hat szám közül kihúzunk kettőt egymás után, a lehetséges kimenetek:

A lehetséges kimenetek száma:

$$V_2^6 = \frac{6!}{(6-2)!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 30$$

	2,1	3,1	4,1	5,1	6,1
1,2		3,2	4,2	5,2	6,2
1,3	2,3		4,3	5,3	6,3
1,4	2,4	3,4		5,4	6,4
1,5	2,5	3,5	4,5		6,5
1,6	2,6	3,6	4,6	5,6	

Ismétléses kombináció

Ha n különböző elem közül k -szor választunk
(az elemeket visszatesszük, de a sorrend nem számít),
a lehetséges kombinációk száma:

$$C_4^{5,(ism)} = \binom{5+4-1}{4} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 70$$
$$C_k^{n,(ism)} = \binom{n+k-1}{k}$$

Ha a képzés részeként három hónap gyakorlatot kell felmutatni
és a 15-ből gyakorlati helyből egy helyen minimum egy
hónapot kell eltölteni, akkor a hallgató gyakorlati
választásaiból adódó összes lehetséges kombinációk
száma :

$$C_3^{15,(ism)} = \binom{15+3-1}{3} = \frac{17 \times 16 \times 15}{3 \times 2 \times 1} = 680$$

Ismétléses kombináció

Két egyforma kockával
dobunk,
a lehetséges kimenetek:

1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6
	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6
		3,3	3,4	3,5	3,6
			4,4	4,5	4,6
				5,5	5,6
					6,6

A lehetséges kimenetek száma: $C_2^{6,(ism)} = \binom{6+2-1}{2} = \frac{7 \times 6}{2 \times 1} = 21$

Ismétlés nélküli kombináció

Ha n különböző elem közül k elemet kiválaszthatunk (anélkül, hogy egyet is visszatennénk és a sorrend számítana), a lehetséges kombinációk száma:

$$C_k^n = \binom{n}{k}$$

Ahol pl. $C_4^5 = \binom{5}{4} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 5$

Ha a szociálpszichológiai szigorlaton 20 tételből 3-at kell húzni, a lehetséges vizsgafeladat kombinációk száma:

$$C_3^{20} = \binom{20}{3} = \frac{20 \times 19 \times 18}{3 \times 2 \times 1} = 1368$$

Ismétlés nélküli kombináció

Ha hat szám közül kihúzunk kettőt, a lehetséges kimenetek:

1,2	1,3	1,4	1,5	1,6
	2,3	2,4	2,5	2,6
		3,4	3,5	3,6
			4,5	4,6
				5,6

A lehetséges kimenetek száma:

$$C_2^6 = \binom{6}{2} = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15$$

Összefoglalás

	Ismétlés lehetséges	Ismétlés nem lehetséges
Sorrend nem számít	Ismétléses kombináció $C_k^{n,(ism)} = \binom{n+k-1}{k}$	Ismétlés nélküli kombináció $C_k^n = \binom{n}{k}$
Sorrend számít	Ismétléses variáció $V_k^{n,(ism)} = n^k$	Ismétlés nélküli variáció $V_k^n = \frac{n!}{(n-k)!}$